**Практична робота № 2**

**Тема. Асимптотична складність алгоритмів. Інші нотації**

**Мета:** набути практичних навичок у розв’язанні задач на оцінку асимптотичної складності алгоритмів у Ω, Θ, 𝜊, 𝜃, 𝜔-нотаціях.

**Завдання**

**7.** Задано функції 𝑓(𝑛) = 𝑛3 + 2𝑛2 − 5𝑛 + 8 і 𝑔(𝑛) = 𝑛4 . Показати, що 𝑓(𝑛) = 𝑂(𝑔(𝑛)), використовуючи метод меж.

**12.** Дано функції 𝑓(𝑛) = 𝑛2 + 3𝑛 + 10 і 𝑔(𝑛) = 𝑛4 . Показати, що 𝑓(𝑛) = 𝑂(𝑔(𝑛)), використовуючи метод меж.

**Розв’язання**

**7.** 𝑓(𝑛) = 𝑛3 + 2𝑛2 − 5𝑛 + 8 і 𝑔(𝑛) = 𝑛4

𝑓(n) ≤ *C* ⋅ 𝑔(n)

𝑓(n) ≤ *C* ⋅ 𝑔(n)

𝑓(𝑛) = 𝑂(𝑔(𝑛))

**12.** 𝑓(𝑛) = 𝑛2 + 3𝑛 + 10 і 𝑔(𝑛) = 𝑛4

𝑓(n) ≤ *C* ⋅ 𝑔(n)

𝑓(n) ≤ *C* ⋅ 𝑔(n)

𝑓(𝑛) = 𝑂(𝑔(𝑛))

**Контрольні питання**

1. Що таке асимптотична складність алгоритму?

Асимптотична складність алгоритму — це математичне поняття, яке описує, як змінюється час виконання або споживання ресурсів алгоритмом у залежності від розміру вхідних даних, коли цей розмір наближається до нескінченності. Іншими словами, це спосіб оцінки ефективності алгоритму при великих обсягах вхідних даних.

Основні види асимптотичної складності виражаються за допомогою нотацій:

* O (велике O) — верхня межа складності. Описує найгірший випадок, коли час виконання алгоритму не перевищить зазначену оцінку.
* Ω (велике Омега) — нижня межа складності. Описує найкращий випадок, коли алгоритм не може виконуватись швидше за цю межу.
* Θ (тета) — точна оцінка складності. Показує, що алгоритм працює приблизно з однаковою швидкістю як у найкращому, так і в найгіршому випадках.

1. Які інші нотації, крім O-нотації, використовуються для вираження асимптотичної складності?

Окрім O-нотації (Big O), яка описує верхню межу зростання функції, у теорії асимптотичної складності використовуються ще кілька важливих нотацій:

* Ω-нотація (Big Omega) — використовується для позначення нижньої межі зростання функції. Якщо алгоритм має асимптотичну складність Ω(𝑔(𝑛)), це означає, що його час виконання або використання пам'яті ніколи не буде меншим, ніж 𝑔(𝑛) при великих значеннях 𝑛. Іншими словами, функція 𝑓(𝑛) зростає не повільніше, ніж 𝑔(𝑛) при великих 𝑛;
* Θ-нотація (Theta) — позначає точну асимптотичну межу. Якщо 𝑓(𝑛) = Θ(𝑔(𝑛)), це означає, що функція 𝑓(𝑛) зростає з такою ж швидкістю, як і 𝑔(𝑛), тобто 𝑓(𝑛) обмежена знизу і зверху функцією 𝑔(𝑛) при великих 𝑛. Θ-нотація є більш точною характеристикою, оскільки вона вказує на те, що 𝑓(𝑛) дорівнює 𝑔(𝑛) в асимптотичному сенсі.

1. Як визначити асимптотичну складність алгоритму за допомогою символів Θ і Ω?

* Θ-нотація (Theta) показує точну асимптотичну складність алгоритму. Якщо час виконання 𝑓(𝑛) = Θ(𝑔(𝑛)), це означає, що 𝑓(𝑛) зростає так само, як 𝑔(𝑛), з точністю до постійних множників. Потрібно знайти константи *c*1​ і *c*2 ​ та таке 𝑛0, що для всіх 𝑛 ≥ 𝑛0:

c1​⋅ 𝑔(𝑛) ≤ 𝑓(𝑛) ≤ 𝑐2 ​⋅ 𝑔(𝑛)

* Ω-нотація (Omega) показує нижню межу зростання. Якщо 𝑓(𝑛) = Ω(𝑔(𝑛)), це означає, що алгоритм працює принаймні не повільніше, ніж 𝑔(𝑛). Потрібно знайти константу *c* > 0 і 𝑛0 ​ , щоб для всіх 𝑛 ≥ 𝑛0:

𝑓(n) ≤ *C* ⋅ 𝑔(n)

1. Яка різниця між O-нотацією, Θ-нотацією і Ω-нотацією?

* O-нотація описує, як швидко може зростати алгоритм у найгіршому випадку (верхня межа);
* Θ-нотація описує точне зростання алгоритму (точна межа);
* Ω-нотація описує, як повільно може зростати алгоритм у найкращому випадку (нижня межа).

1. Які основні властивості інших нотацій, таких як o (маленька о), ω (маленька омега) та 𝑜 (маленька о з верхнім індексом)?

* o-нотація (small o) — використовується для позначення строго меншої асимптотичної верхньої межі. Якщо 𝑓(𝑛) = 𝑜(𝑔(𝑛), це означає, що 𝑓(𝑛) зростає повільніше, ніж 𝑔(𝑛), і для великих значень 𝑛 функція 𝑓(𝑛) стає незначною порівняно з 𝑔(𝑛);
* ω-нотація (small omega) — позначає строго більшу асимптотичну нижню межу. Якщо 𝑓(𝑛) = 𝜔(𝑔(𝑛)), це означає, що 𝑓(𝑛) зростає швидше, ніж 𝑔(𝑛), і для великих значень 𝑛 n функція 𝑔(𝑛) стає незначною порівняно з 𝑓(𝑛).
* Нотація 𝑜∗(𝑔(𝑛)) є рідкіснішою і використовується для позначення приблизної асимптотичної поведінки без врахування певних множників, часто в контексті теорії чисел або складності алгоритмів. Іноді 𝑜∗ -нотація використовується для позначення асимптотичної складності, але без врахування поліноміальних множників.